

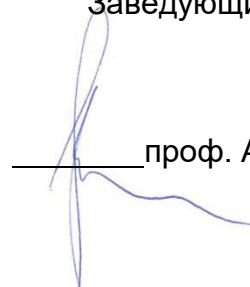
МИНОБРНАУКИ РОССИИ
ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
«ВОРОНЕЖСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
(ФГБОУ ВО «ВГУ»)

УТВЕРЖДАЮ

Заведующий кафедрой

МиКМ

проф. А.В. Ковалев
18.05.2022г.



РАБОЧАЯ ПРОГРАММА УЧЕБНОЙ ДИСЦИПЛИНЫ

Б1.В.ДВ.01.01 Системы компьютерной математики и программирование

1. Код и наименование направления подготовки/специальности: 01.03.03
Механика и математическое моделирование

2. Профиль подготовки/специализация: Компьютерный инжиниринг в
механике сплошных сред

3. Квалификация выпускника: бакалавр

4. Форма обучения: очная

5. Кафедра, отвечающая за реализацию дисциплины: Механики и
компьютерного моделирования

6. Составители программы:

Щеглова Юлия Дмитриевна, кандидат физ.-мат. наук, доцент, факультет ПММ,
кафедра МиКМ, scheglova@gmail.com

7. Рекомендована: НМС факультета ПММ протокол №8 от 15.04.2022.

8. Учебный год: 2023 - 2024

Семестр: 4

9. Цели и задачи учебной дисциплины

Целями освоения учебной дисциплины являются: изучение студентами современных систем компьютерной математики и умение использовать возможности этих систем при решении задач математики, прикладных задач и программирования.

Задачи учебной дисциплины: задачей изучения дисциплины является освоение навыков работы с системами компьютерной математики, использование этих систем при решении задач математики, механики и программирования, использование этих систем при выполнении курсовых работ и выпускной квалификационной работы.

10. Место учебной дисциплины в структуре ООП:

Дисциплина относится к формируемой участниками образовательных отношений части Блока 1 и является дисциплиной по выбору. Для успешного овладения данной дисциплиной студентам необходимы знания дисциплин: аналитическая геометрия, линейная алгебра, математический анализ (особенно разделы - дифференцирование функций одной и многих переменных, интегрирование), информатика и программирование, структуры данных и алгоритмы. Освоение дисциплины позволит в дальнейшем изучать дисциплины: компьютерные системы и технологии в механике, численные методы механики сплошной среды. Знание систем компьютерной математики применяется при написании курсовых работ и ВКР.

11. Планируемые результаты обучения по дисциплине/модулю (знания, умения, навыки), соотнесенные с планируемыми результатами освоения образовательной программы (компетенциями) и индикаторами их достижения:

Код	Название компетенции	Код(ы)	Индикатор(ы)	Планируемые результаты обучения
ПК-3	Способен обрабатывать, анализировать и оформлять результаты исследований и разработок под руководством специалиста более высокой квалификации	ПК-3.1	Обрабатывает полученные результаты исследований с использованием стандартных методов (методик)	Знать: основные системы компьютерной математики, возможности и принципы работы систем компьютерной математики, типовые средства программирования в системах компьютерной математики Уметь: решать задачи дифференциального и интегрального исчисления, дифференциальные уравнения, уравнения математической физики, задачи численных методов и другие, используя современные системы компьютерной математики Владеть: навыками программирования в системах компьютерной математики с целью решения и анализа различных задач математики и механики
		ПК-3.2	Применяет при обработке данных стандартное и оригинальное программное обеспечение	

12. Объем дисциплины в зачетных единицах/час. – 2/72.

Форма промежуточной аттестации зачет

13. Трудоемкость по видам учебной работы

Вид учебной работы		Трудоемкость	
		Всего	По семестрам 4 семестр
Аудиторные занятия		32	32
в том числе:	лекции	-	-
	практические	-	-
	лабораторные	32	32
Самостоятельная работа		40	40
в том числе: курсовая работа (проект)		-	-
Форма промежуточной аттестации (экзамен – __ час.)		зачет	зачет
Итого:		72	72

13.1. Содержание дисциплины

№ п/п	Наименование раздела дисциплины	Содержание раздела дисциплины	Реализация раздела дисциплины с помощью онлайн-курса, ЭУМК*
1. Лабораторные занятия			
1	Введение в системы компьютерной математики	Обзор современных систем компьютерной математики. Основные компоненты. Информационное обеспечение. Обзор возможностей пакетов Maple, Mathematica, Mathcad, MATLAB, Maxima	Системы компьютерной математики и программирование https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31728
2	Математические вычисления в системе компьютерной математики	Типы данных СКМ. Символьные вычисления в СКМ. Графические возможности СКМ. Решение задач алгебры, математического анализа, решение дифференциальных уравнений средствами СКМ	Системы компьютерной математики и программирование https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31728
3	Программирование в системе компьютерной математики	Программирование в СКМ. Базовые сведения по языку СКМ. Средства языка СКМ для работы с данными и структурами строчного, символьного, списочного, множественного и табличного типов. Базовые управляющие структуры языка СКМ. Организация механизма	Системы компьютерной математики и программирование https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31728

		процедур в СКМ. Организация программных модулей СКМ.	
4	Математические вычисления и программирование в системе компьютерной математики Maxima	Типы данных Maxima. Символьные вычисления. Графические возможности пакета. Решение задач алгебры, математического анализа, решение дифференциальных уравнений средствами пакета. Программирование Maxima	Системы компьютерной математики и программирование https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31728

13.2. Темы (разделы) дисциплины и виды занятий

№ п/п	Наименование темы (раздела) дисциплины	Виды занятий (количество часов)				
		Лекции	Практические	Лабораторные	Самостоятельная работа	Всего
1	Введение в системы компьютерной математики	-	-	4	8	12
2	Математические вычисления в системе компьютерной математики	-	-	10	12	22
3	Программирование в системе компьютерной математики	-	-	8	10	18
4	Математические вычисления и программирование в системе компьютерной математики Maxima	-	-	10	10	20
	Итого:	-	-	32	40	72

14. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины:

Освоение дисциплины «Системы компьютерной математики и программирование» включает лабораторные занятия и самостоятельную работу обучающихся.

На первом занятии студент получает информацию для доступа к комплексу учебно-методических материалов.

Лабораторные занятия предназначены для формирования умений и навыков, закрепленных компетенций по ОПОП. Лабораторные занятия посвящены освоению разнообразных инструментов СКМ и их применению при решении отдельных тем математики и программирования. Они организованы в виде тематических лабораторных занятий.

Самостоятельная работа студентов включает в себя проработку учебного материала, выполнение лабораторных работ.

Для успешного освоения дисциплины рекомендуется просматривать основную и дополнительную литературу по соответствующей теме, чтобы систематизировать изучаемый материал.

При использовании дистанционных образовательных технологий и электронного обучения следует выполнять все указания преподавателя по работе на LMS-платформе, своевременно подключаться к online-занятиям, соблюдать рекомендации по организации самостоятельной работы.

15. Перечень основной и дополнительной литературы, ресурсов интернет, необходимых для освоения дисциплины

а) основная литература:

№ п/п	Источник
1.	Чичкарёв, Е. А. Компьютерная математика с Maxima / Е. А. Чичкарёв. – Москва : Национальный Открытый Университет «ИНТУИТ», 2016. – Текст : электронный // ЭБС «Электронная библиотека технического ВУЗа» : [сайт]. – URL : https://www.studentlibrary.ru/book/intuit_124.html (дата обращения: 17.04.2022). – Режим доступа : по подписке.
2.	Maple в примерах и задачах [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для студентов 2 и 3 к. фак. прикладной математики, информатики и механики Воронеж гос. ун-та всех форм обучения : для специальностей 010501 - Прикладная математика и информатика, 080801 - Прикладная информатика в юриспруденции, 010901 - Механика] / Воронеж. гос. ун-т ; сост. : О.Г. Корольков, А.С. Чеботарев, Ю.Д. Щеглова .— Электрон. текстовые дан. — Воронеж : ИПЦ ВГУ, 2011 .— Загл. с титул. экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000, Adobe Acrobat Reader .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m11-92.pdf >.

б) дополнительная литература:

№ п/п	Источник
3.	Ключарёв, А. А. Информатика. Алгоритмизация и структурное программирование в среде MATLAB : учебное пособие / А. А. Ключарёв. — Санкт-Петербург : ГУАП, 2019. — 143 с. — ISBN 978-5-8088-1433-2. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/165233 (дата обращения: 18.04.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
4.	Грабовская, С. М. Основы работы в Maple : учебное пособие / С. М. Грабовская. — Пенза : ПГУ, 2018. — 128 с. — ISBN 978-5-907102-20-0. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/162236 (дата обращения: 18.04.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.
5.	Символьные вычисления в системе компьютерной математики Maxima [Электронный ресурс] : учебное пособие для вузов : [для студ., обуч. по направлениям 01.03.01 Математика, 02.03.01 Математика и компьютерные науки, 01.03.04 Прикладная математика и по специальности 01.05.01 Фундаментальная математика и механика] : [для 2-5 к. очной формы обучения мат. фак.] / Воронеж. гос. ун-т ; сост.: С.А. Ткачева, Л.В. Безручкина, П.В. Садчиков .— Электрон.текстовые дан. — Воронеж, 2015 .— Загл. с

	титула экрана .— Свободный доступ из интрасети ВГУ .— Текстовый файл .— Windows 2000 ; Adobe Acrobat Reader .— <URL: http://www.lib.vsu.ru/elib/texts/method/vsu/m15-268.pdf >.
6.	Программные средства компьютерной математики. Практикум : учебное пособие / Л. А. Коробова, С. Н. Черняева, И. С. Толстова, И. А. Матыцина. — Воронеж : ВГУИТ, 2019. — 79 с. — ISBN 978-5-00032-439-4. — Текст : электронный // Лань : электронно-библиотечная система. — URL: https://e.lanbook.com/book/143261 (дата обращения: 23.04.2022). — Режим доступа: для авториз. пользователей.

в) информационные электронно-образовательные ресурсы:

№ п/п	Источник
7.	Электронно-библиотечная система «Электронная библиотека технического ВУЗа». - Режим доступа: https://www.studentlibrary.ru/
8.	Электронно-библиотечная система «Лань» (доступ осуществляется по адресу: https://e.lanbook.com/)
9.	Электронный каталог Научной библиотеки Воронежского государственного университета. – Режим доступа: https://lib.vsu.ru/
10.	Коллекция приложений Maple. – Режим доступа: https://www.maplesoft.com/Applications/
11.	Системы компьютерной математики и программирование https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31728

16. Перечень учебно-методического обеспечения для самостоятельной работы (учебно-методические рекомендации, пособия, задачки, методические указания по выполнению практических (контрольных), курсовых работ и др.)

Самостоятельная работа обучающегося должна включать подготовку к лабораторным занятиям, выполнению лабораторных работ и подготовку к промежуточной аттестации. Для обеспечения самостоятельной работы студентов в электронном курсе дисциплины на образовательном портале «Электронный университет ВГУ» сформирован учебно-методический комплекс Системы компьютерной математики и программирование <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31728>, который включает в себя: программу курса, учебные пособия и справочные материалы, методические указания по выполнению лабораторных работ. Студенты получают доступ к данным материалам на первом занятии по дисциплине.

17. Образовательные технологии, используемые при реализации учебной дисциплины, включая дистанционные образовательные технологии (ДОТ), электронное обучение (ЭО), смешанное обучение:

При реализации дисциплины используются следующие образовательные технологии: логическое построение дисциплины, обозначение теоретического и практического компонентов в учебном материале.

Информационные технологии для реализации учебной дисциплины:

- технологии синхронного и асинхронного взаимодействия студентов и преподавателя посредством служб (сервисов) по пересылке и получению электронных сообщений, в том числе, по сети Интернет а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.
- сервис электронной почты для оперативной связи преподавателя и студентов

Дисциплина реализуется с применением электронного обучения и дистанционных образовательных технологий, для организации самостоятельной работы обучающихся используется онлайн-курс, размещенный на платформе Электронного университета ВГУ <https://edu.vsu.ru/course/view.php?id=31728>, а также другие Интернет-ресурсы, приведенные в п.15в.

17. Материально-техническое обеспечение дисциплины:

Учебная аудитория для лабораторных занятий: специализированная мебель, персональные компьютеры в количестве, обеспечивающем возможность индивидуальной работы, компьютер преподавателя, мультимедийное оборудование (проектор, экран).

Для самостоятельной работы необходимы компьютерные классы, помещения, оснащенные компьютерами с доступом к сети Интернет.

Программное обеспечение: ОС Windows 8 (10), интернет-браузер (Chrome, Яндекс.Браузер, Mozilla Firefox), ПО Adobe Reader, пакет стандартных офисных приложений для работы с документами, таблицами (MS Office, МойОфис, LibreOffice), Maxima.

18. Оценочные средства для проведения текущей и промежуточной аттестаций

Порядок оценки освоения обучающимися учебного материала определяется содержанием следующих разделов дисциплины:

№ п/п	Наименование раздела дисциплины (модуля)	Компетенция(и)	Индикатор(ы) достижения компетенции	Оценочные средства
1.	Введение в системы компьютерной математики	ПК-3	ПК-3.1	Собеседование
2.	Математические вычисления в системе компьютерной математики	ПК-3	ПК-3.1, ПК-3.2	Лабораторные работы
3	Программирование в системе компьютерной математики	ПК-3	ПК-3.1, ПК-3.2	Лабораторные работы
4	Математические вычисления и программирование в системе компьютерной математики Maxima	ПК-3	ПК-3.1, ПК-3.2	Лабораторные работы
Промежуточная аттестация форма контроля – зачет				Практическое задание

19. Типовые оценочные средства и методические материалы, определяющие процедуры оценивания

19.1. Текущий контроль успеваемости

Контроль успеваемости по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Собеседование по теме №1

Вопросы:

1. Современные систем компьютерной математики.

2. Основные компоненты.
3. Информационное обеспечение.
4. Обзор возможностей Maple
5. Обзор возможностей Mathcad
6. Обзор возможностей MATLAB
7. Обзор возможностей Maxima
8. Обзор возможностей Mathematica

Для ответов на вопросы используются пособия из п.15.

Описание технологии проведения. Проводится устный опрос

Шкалы и критерии оценивания

Оценка	Критерии оценок
Зачтено	Обучающийся ориентируется в СКМ, знаком с основными пакетами СКМ. Представляет общую структуру пакетов и набор основных возможностей
Незачтено	Обучающийся плохо ориентируется в СКМ, не может назвать более двух пакетов СКМ. Слабо представляет структуру пакетов и не может перечислить основные возможности пакетов СКМ

Средствами пакета СКМ выполнить следующие лабораторные задания по темам

Лабораторная работа №1 «Работа с выражениями»

Пример лабораторной работы

Вариант № 1

1. Перевести число 10101100011111011100 из двоичной системы в шестнадцатеричную.

Ответ: AC7DC.

2. Вычислить значение выражения $\left(\sqrt[4]{32\sqrt[3]{4}} + \sqrt[4]{\frac{64}{\sqrt[3]{2}}} - 3\sqrt[3]{2\sqrt[4]{2}}\right) \cdot 3^{\frac{1}{2}\sqrt{2}}$.

Ответ: $3\sqrt{2}$.

3. Вычислить значение выражения $\operatorname{tg}\left(\frac{x^7 + 6x^5}{\log_3 x}\right)\Big|_{x=\sqrt{\frac{3}{2}}}$ с точностью до пяти знаков мантиссы.

Ответ: -1.9614.

4. Упростить выражение $\frac{9a^2 - 4}{2 - 3a} - \frac{6a^2 - 5a - 6}{3 - 2a}$.

Ответ: 0.

5. Разложить на множители выражение $x^4 - 2x^3y + x^2y^2 + x^2y - 2xy^2 + y^3$.

Ответ: $(x^2 + y)(x - y)^2$.

6. Раскрыть скобки в выражении $(x-1)(x^2-1)(x+1)(x^2+1)(x^3+1)$ и упорядочить слагаемые в порядке убывания степеней при переменной x .

Ответ: $x^9 - x^7 + x^6 - x^5 - x^4 + x^3 - x^2 + 1$.

7. Разложить дробь $\frac{x^3 + 2x - 2}{x^3 - 2x^2 + x}$ на простейшие составляющие.

Ответ: $1 - \frac{2}{x} + \frac{4}{x-1} + \frac{1}{(x-1)^2}$.

8. Вычислить значение выражения $\log_y z + \log_z y$ при условии, что $\ln y = 2$, $\ln z = 3$.

Ответ: $\frac{13}{6}$.

9. Вычислить произведение $\prod_{k=1}^{100} \sqrt{\frac{k+2}{k+1}}$ с точностью до трёх знаков мантиссы.

Ответ: 7.14.

Лабораторная работа №2 «Графика»
Пример лабораторной работы

Вариант №2

1. Построить график функции $f(x) = \sin^2 x$ на отрезке $[-\pi, \pi]$ с помощью 100 точек. Цвет точек — синий. Оси абсцисс и ординат подписать и сделать одинакового масштаба.
2. Построить циклоиду.
3. Построить гиперболическую спираль.
4. Построить синусоидальную спираль с шестью лепестками.
5. Построить график неявной функции $x^2y^2 = \cos(x+y)$ на интервале $x \in (-2, 2)$.
6. Построить схематический график функции $f(x) = \frac{x \ln x}{(1+x^2)^2}$ на интервале $(0, +\infty)$.
7. Изобразить координатную сетку параболической системы координат.
8. Отобразить градиентное поле функции $f(x, y) = \sin(xy)$ в области $x \in (-\pi, \pi)$, $y \in (-\pi, \pi)$.
9. Построить поверхность $r(\theta, \varphi) = \cos(\varphi^2)$, $\theta \in (0, 2\pi)$, $\varphi \in (0, \pi)$ в сферической системе координат.
10. Получить анимацию для расширяющейся окружности от радиуса $r = 0$ до $r = 10$.
11. С помощью функций модуля `plottools` изобразить 2 противоположных сектора окружности с углом раствора $\frac{\pi}{4}$.

Лабораторная работа №3 «Задачи линейной алгебры»
Пример лабораторной работы

Вариант №3

1. Найти смешанное произведение векторов $\vec{a} = (1, 2, -2)$, $\vec{b} = (1, -2, 1)$, $\vec{c} = (4, -2, -1)$.

Ответ: 2.

2. Найти $(AB)^T$, если $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 1 \end{pmatrix}$, $B = \begin{pmatrix} 3 & -1 \\ -1 & 2 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 3 & 2 \end{pmatrix}$.

3. Реализовать процедуру, вычисляющую сумму модулей всех элементов заданной матрицы, и применить эту процедуру к матрице $A = \begin{pmatrix} 4 & -5 & 2 \\ 0 & 3 & -1 \end{pmatrix}$.

Ответ: 15.

4. Определить, является ли матрица $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 4 & 8 \end{pmatrix}$ положительно определенной.

Ответ: нет.

5. Не прибегая к поиску решения, определить, разрешимо ли уравнение

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 1 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 \end{pmatrix} \cdot X = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 0 \\ 2 & 1 & 3 \\ 1 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Ответ: нет.

6. Для матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -i & 0 \\ i & 3 & 0 \\ 2 & 0 & 4 \end{pmatrix}$ получить LU -разложение.

Ответ: $L = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ i & 1 & 0 \\ 2 & i & 1 \end{pmatrix}$, $U = \begin{pmatrix} 1 & -i & 0 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 4 \end{pmatrix}$.

7. Найти собственные значения и собственные векторы матрицы $A = \begin{pmatrix} 1 & -3 & 3 \\ 3 & -5 & 3 \\ 6 & -6 & 4 \end{pmatrix}$.

Ответ: $\lambda_{1,2} = -2$, $h_1 = (1, 1, 0)$, $h_2 = (-1, 0, 1)$, $\lambda_3 = 4$, $h_3 = (1, 1, 2)$.

8. Линейный оператор A в базисе $f_1 = (-3, 7)$, $f_2 = (1, -2)$ имеет матрицу $A_f = \begin{pmatrix} 2 & -1 \\ 5 & -3 \end{pmatrix}$. Линейный оператор B в базисе $g_1 = (6, -7)$, $g_2 = (-5, 6)$ имеет

матрицу $B_g = \begin{pmatrix} -1 & 5 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$. Найти матрицу оператора AB в том базисе, в котором заданы координаты всех векторов.

Ответ: $\begin{pmatrix} 15 & 11 \\ 11 & 9 \end{pmatrix}$.

9. Найти вектор-градиент скалярного поля $f(x, y, z) = 3xy^2 - 2xz$.

Ответ: $(3y^2 - 2z, 6xy, -2x)$.

Вариант №4

1. Найти корни уравнения $5\sqrt[15]{x^2} + \sqrt[15]{x^4\sqrt{x}} - 22\sqrt[15]{x^7} = 0$.

Ответ: $0, \frac{1}{64}$.

2. Найти все корни уравнения $(\sqrt{x+1} + \sqrt{2x})^2 + 7(\sqrt{x+1} - \sqrt{2x})^2 = 8$ из промежутка $(-1; 1)$.

Ответ: 0.

3. Найти число корней полинома $2x^3 + x^2 + x - 4$, имеющих отрицательную действительную часть.

Ответ: 2.

4. Найти сумму корней уравнения $x(x-1)(x+1) + x(x+1)(x+2) = 3x^2 + x + 18x\sqrt{x} - 16$.

Ответ: 5.

5. Найти произведение всех ненулевых корней уравнения $\frac{x^2 - x}{x^2 - x + 1} - \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - x - 2} = 1$ (включая комплексные корни).

Ответ: 4.

6. Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} \frac{4}{x+y-1} - \frac{5}{2x-y+3} + \frac{5}{2} = 0, \\ \frac{5}{x+y-1} - \frac{10}{2x-y+3} + \frac{7}{2} = 0. \end{cases}$$

Ответ: $(2; -3)$.

7. Решить систему уравнений

$$\begin{cases} x + y + z = 0, \\ 2x + 3y + z = 0, \\ (x+1)^2 + (y+2)^2 + (z+3)^2 = 14. \end{cases}$$

Ответ: $(0; 0; 0), (2; -1; -1)$.

8. Найти точки пересечения кривых $x^2 + y = x + y^2$, $x + y^2 = 6$. Построить графики.

Ответ: $(2; 2), (-3; -3), \left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}; \frac{1}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}\right), \left(\frac{1}{2} - \frac{\sqrt{21}}{2}; \frac{1}{2} + \frac{\sqrt{21}}{2}\right)$.

9. Найти точку пересечения плоскостей $2x + y + z = 0$, $x - 2y + z = 1$, $x - 2y - z = -3$.

Ответ: $(-1; 0; 2)$.

10. Найти все целочисленные решения уравнения $x^3 + (x+1)^3 + (x+2)^3 = (x+3)^3$.

Ответ: 3.

Вариант № 1

1. Вычислить $\lim_{x \rightarrow +\infty} (\sqrt{x^2 + x + 1} - \sqrt{x^2 - x})$.

Ответ: 1.

2. Вычислить $\lim_{x \rightarrow 2+} \frac{x+2}{4-x^2}$.

Ответ: $-\infty$.

3. Доказать, что функции $f(x) = \sqrt{1+x} - 1$ и $g(x) = 2x$ при $x \rightarrow 0$ являются бесконечно малыми одного порядка малости.

4. Исследовать на непрерывность функцию

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin x}{x}, & \text{если } x \neq 0, \\ 1, & \text{если } x = 0 \end{cases}$$

в точке $x = 0$.

Ответ: функция непрерывна.

5. Определить, какие из пределов $\lim_{y \rightarrow 0} \lim_{x \rightarrow 0} f(x, y)$, $\lim_{x \rightarrow 0} \lim_{y \rightarrow 0} f(x, y)$, $\lim_{\substack{x \rightarrow 0 \\ y \rightarrow 0}} f(x, y)$ суще-

ствуют и вычислить их, если $f(x, y) = (x + y) \sin \frac{1}{x} \sin \frac{1}{y}$.

Ответ: не существует, не существует, 0.

6. Найти производную функции $f(x) = 4 \ln(\sqrt{x-4} + \sqrt{x}) + \sqrt{x^2 - 4x}$ и упростить полученное выражение.

Ответ: $\frac{\sqrt{x}}{\sqrt{x-4}}$.

7. Вычислить $\frac{df}{dx} \left(\frac{\pi}{2} \right)$, если $f(x) = \frac{1}{2} \sin x \operatorname{tg} 2x$.

Ответ: 1.

8. Вычислить $\frac{\partial f}{\partial x}(x, y)$, $\frac{\partial f}{\partial y}(x, y)$, если $f(x, y) = \operatorname{arctg}(xy^2)$.

Ответ: $\frac{y^2}{1+x^2y^4}$, $\frac{2xy}{1+x^2y^4}$.

9. Найти производную функции $f(x, y) = x^2 - y^2$ в точке $M(1; 1)$ в направлении, составляющем угол 60° с осью Ox .

Ответ: $1 - \sqrt{3}$.

10. Составить уравнение касательной к параболе $y = \sqrt{x}$ в точке с абсциссой $x = 4$. Построить графики.

Ответ: $x - 4y + 4 = 0$.

11. Число 18 разбить на такие два слагаемых, чтобы сумма их квадратов была наименьшей.

Ответ: 9, 9.

Лабораторная работа №6 «Интегралы»
Пример лабораторной работы

Вариант № 2

1. Вычислить $\int \left(\frac{1}{\sqrt{4-x^2}} + \frac{1}{\sqrt{4+x^2}} \right) dx$.
Ответ: $\arcsin \frac{x}{2} + \ln(x + \sqrt{4+x^2}) + C$.

2. Вычислить $\int_0^{\frac{\pi}{3}} \sin x \cos^2 x dx$.
Ответ: $\frac{1}{3}$.

3. Вычислить $\int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\cos x}{x^2 + 1} dx$.
Ответ: $\frac{\pi}{e}$.

4. Найти площадь фигуры, ограниченной кривыми $xy = a^2$ и $x + y = \frac{5}{2}a$, где $a > 0$.
Ответ: $\frac{a^2}{8}(15 - 16 \ln 2)$.

5. Вычислить $\iint_{\Omega} x dx dy$, где Ω — треугольник с вершинами $O(0;0)$, $A(1;1)$, $B(0;1)$.
Ответ: $\frac{1}{6}$.

6. Найти площадь области $\Omega = \left\{ (x, y) : x^2 + y^2 \leq \frac{a^2 y^2}{x^2} \leq 3a^2, x \geq 0, y \geq 0 \right\}$.
Ответ: $\frac{a^2}{6}(3\sqrt{3} - \pi)$.

7. Найти координаты центра масс однородной пластины, ограниченной кривыми $ay = x^2$ и $x + y = 2a$, где $a > 0$.
Ответ: $\left(-\frac{a}{2}; \frac{8}{5}a \right)$.

8. Вычислить $\iiint_{\Omega} xyz dx dy dz$, где область Ω ограничена поверхностями $x^2 + y^2 + z^2 = 1$, $x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.
Ответ: $\frac{1}{48}$.

9. Найти массу тела, занимающего единичный объем $0 \leq x \leq 1$, $0 \leq y \leq 1$, $0 \leq z \leq 1$, если плотность тела в точке $M(x, y, z)$ задается формулой $\rho = x + y + z$.
Ответ: $\frac{3}{2}$.

10. Вычислить $\int_C \sqrt{x^2 + y^2} ds$, где C — окружность $x^2 + y^2 = ax$.
Ответ: $2a^2$.

Вариант № 3

1. Найти общее решение уравнения $y'^2 + xy = y^2 + xy'$.

Ответ: $y = C e^x$, $y = C e^{-x} + x - 1$.

2. Найти решение дифференциального уравнения $x^2 y' - \cos 2y = 1$, удовлетворяющее условию $y(+\infty) = 9\pi/4$.

Ответ: $y = \operatorname{arctg} \frac{x-2}{x} + 2\pi$

3. Количество света, поглощаемое слоем воды малой толщины, пропорционально количеству падающего на него света и толщине слоя. Слой воды толщиной 35 см поглощает половину падающего на него света. Какую часть света поглотит слой толщиной в 2 м?

Ответ: 98 %.

4. Найти кривые на плоскости, у которых площадь треугольника, ограниченного касательной, осью абсцисс и отрезком от начала координат до точки касания, есть величина постоянная, равная a^2 .

Ответ: $xy = a^2 + Cy^2$.

5. Преобразовать дифференциальное уравнение $y'' + y = 4 \sin x$ к системе дифференциальных уравнений первого порядка и решить полученную систему.

Ответ: $y = (C_1 - 2x) \cos x + C_2 \sin x$, $z = (C_2 - 2) \cos x - (C_1 - 2x) \sin x$, где $z = y'$.

6. На отрезке $t \in [0, 4\pi]$ построить график численного решения системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -(x^2 + y^2)y, \\ \dot{z} = (x^2 + y^2)x, \end{cases}$$

удовлетворяющего начальным условиям $x(0) = 0$ $y(0) = 2$.

7. Для системы

$$\begin{cases} \dot{x} = -y, \\ \dot{y} = x + (0.1 - x^2)y \end{cases}$$

построить фазовые траектории, соответствующие начальным условиям $x(0) = 1$, $y(0) = 1$ и $x(0) = 0.1$, $y(0) = 0.1$.

8. Построить векторное поле, определяемое системой

$$\begin{cases} \dot{x} = xy + 4, \\ \dot{y} = x^2 + y^2 - 17. \end{cases}$$

в области $x \in (-6, 6)$, $y \in (-6, 6)$.

9. Исследовать, устойчиво ли нулевое решение системы

$$\begin{cases} \dot{x} = e^x - e^{-3x}, \\ \dot{y} = 4z - 3 \sin(x + y), \\ \dot{z} = \ln(1 + z - 3x). \end{cases}$$

Ответ: решение неустойчиво.

10. Получить анимацию решения уравнения теплопроводности $u'_t = u''_{xx}$, удовлетворяющего начальному условию $u(x, 0) = 0$ и граничным условиям $u(0, t) = 0$, $u'_x(1, t) = 1$. На каждом кадре изобразить решение в момент времени t_0 , где $t_0 \in [0, 2]$.

Описание технологии проведения. Проводится контроль путем проверки выполнения лабораторных работ

Шкалы и критерии оценивания

Оценка	Критерии оценок
Зачтено	Правильное выполнение лабораторной работы
Незачтено	Невыполнение или неправильное выполнение больше половины заданий лабораторной работы

19.2. Промежуточная аттестация

Промежуточная аттестация по дисциплине осуществляется с помощью следующих оценочных средств:

Собеседование по вопросам

(наименование оценочного средства промежуточной аттестации)

Вопросы к зачету:

1. Панель инструментов пакета СКМ основные элементы
2. Типы данных.
 - 2.1 Простые типы данных
 - 2.2 Данные множественного типа
 - 2.3 Константы, переменные. Оператор присваивания
3. Работа с выражениями.
 - 3.1 Раскрытие скобок, разложение на множители,
 - 3.2 Приведение к одному знаменателю, разложение на простейшие дроби
 - 3.3 Комбинирование по степеням, упрощение выражений
 - 3.4 Вычисление выражений при заданном значении переменной
4. Программирование.
 - 4.1 Условный оператор
 - 4.2 Операторы цикла
 - 4.3 Процедуры
5. Специализированные пакеты
6. Графика.
 - 6.1 Процедуры графики, опции
 - 6.2 Особенности построения графиков функций, заданных параметрическими уравнениями
 - 6.3 Процедура построения графика неявной функции
 - 6.4 Схематический график функции.
 - 6.5 Трехмерная графика.
 - 6.6 Графики функций в криволинейных системах координат.
 - 6.7 Средства анимации
7. Линейная алгебра.
 - 7.1 Функции для работы с векторами.
 - 7.2 Функции для работы с матрицами.
 - 7.3 Функции для работы с векторными полями.
8. Функции решения уравнение и неравенств.
9. Дифференцирование функции.
 - 9.1 Функции вычисления пределов.
 - 9.2 Функция исследования функции на непрерывность.
 - 9.3 Функция вычисления производных.
 - 9.4 Вычисление вторых и т.д. производных
 - 9.5 Вычисление частных производных.

- 9.6 Вычисление производных неявно заданных функций.
- 9.7 Замена переменных.
- 9.8 Поиск экстремумов функций
- 10. Последовательности и ряды.
 - 10.1 Суммирование числовых последовательностей и рядов.
 - 10.2 Произведение членов последовательности.
 - 10.3 Разложение функций в ряды.
- 11. Интегрирование функций.
 - 11.1 Вычисление простых интегралов.
 - 11.2 Интегрирование по частям.
 - 11.3 Вычисление кратных интегралов.
 - 11.4 Вычисление криволинейных интегралов
- 12. Дифференциальные уравнения.
 - 12.1 Функция решения обыкновенных дифференциальных уравнений.
 - 12.2 Численное решение дифференциальных уравнений.

Описание технологии проведения. Зачет проводится в форме собеседования на основе КИМ, составленных из вопросов для подготовки к зачету.

Шкалы и критерии оценивания

Оценка	Критерии оценок
Зачтено	Правильный и точный ответ на 2 вопроса КИМа. Оценка зачтено по текущей аттестации
Незачтено	Оценка незачтено по текущей аттестации. Отсутствие ответа на вопросы КИМа или неправильный ответ

20.3 Задания раздела 20.3 рекомендуются к использованию при проведении диагностических работ с целью оценки остаточных результатов освоения данной дисциплины (знаний, умений, навыков).

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

1. Система компьютерной математики Maxima является
 - А) Коммерческой системой компьютерной математики
 - Б) Свободно распространяемой системой компьютерной математики
2. Для каких целей в Maxima используются конструкции (%i1), (%i2) и т.д.
 - А) Для обращения к предыдущим результатам вычислений
 - Б) Для обозначения порядкового номера вводимой команды
 - В) Для обозначения порядкового номера результата вычислений
3. Каким символом в Maxima обозначается присвоение значения переменной
 - А) символом "="
 - Б) символом ":="
 - В) символом "."
4. Какие функции в Maxima выполняет метод kill. Укажите несколько правильных ответов
 - А) Удаляет значения переменной
 - Б) Вызывает пакеты расширения
 - В) Начинает новую нумерацию для исполняемых команд
 - Г) Удаляет значения всех используемых ранее переменных.
5. Каким способом в Maxima задается функция

A) $f(x)=x^2$

Б) $f:= x \rightarrow x^2$

6. Какие функции действия над математическими выражениями не принадлежат Maxima. Выберите несколько правильных ответов

A) rat	B) expand	Д) simplify
Б) applyrule	Г) combine	Е) factor

7. Какие из функций используются в Maxima для действий над матрицами. Выберите несколько правильных ответов

A) rowdim	В) det
Б) determinant	Г) invert

8. Какая функция используется в Maxima для построения двумерных графиков

A) plot	В) plot2d
-------------------------	---------------------------

9. Для построения графика неявной функции в Maxima используется функция

A) implicit_plot	В) implicitplot
----------------------------------	---------------------------------

10. Какая из функций используется в Maxima для вычисления простых интегралов

A) int	В) integrate
------------------------	------------------------------

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

1. С помощью какого оператора в Maxima загружают пакеты расширений

Пример ответа. Пакеты расширений загружают с помощью оператора [load\(имя пакета\)](#).

2. Какие действия позволяют производить с графиком формат двумерного графика [openmath](#) в Maxima

Пример ответа. В этом формате график можно видоизменять в интерактивном режиме, в частности его можно масштабировать не только за счет изменения размеров окна, но и с помощью кнопок.

3. Расшифруйте синтаксис вызова функции [diff\(f\(x, y\), x, n, y, m\)](#) Maxima.

Пример ответа. С помощью функции [diff](#) вычисляют производные. Данное выражение вычисляет частные производные функции $f(x, y)$: по переменной x производную порядка n ; по переменной y производную порядка m .

4. Напишите синтаксис вызова функции решения обыкновенных дифференциальных уравнений первого и второго порядка в Maxima

Пример ответа. Синтаксис вызова данной функции имеет вид [ode2\(eqn, dvar, ivar\)](#), где eqn – выражение, определяющее дифференциальное уравнение, $dvar$ – зависимая переменная, $ivar$ – независимая переменная.

5. Как называется пакет расширения для решения обыкновенных дифференциальных уравнений в Maxima

Пример ответа. Данный пакет носит название [contrib_ode](#)

6. Запишите синтаксис трех видов ветвлений условного оператора в Maxima

Пример ответа.

1. Если *условие* истинно, то выполняется выражение *действие1*, иначе – выполняется выражение *действие2*.

[if условие then действие1 else действие2](#)

2. Если *условие* истинно, то выполняется выражение *действие*.

if условие then действие

3. Если выполняется *условие 1*, то выполняется выражение *действие1*, иначе – проверяется *условие2*, и если оно истинно – выполняется выражение *действие 2*, и т.д. Если ни одно из условий не является истинным – выполняется выражение *действиеN*.

*if условие1 then действие1 else
if условие2 then действие2 else
if...else действиеN*

7. Запишите синтаксис оператора цикла «для» в Maxima

Пример ответа.

for i: i1 step i2 thru i3 do тело цикла

Здесь *i* – переменная цикла; *i1* – начальное значение; *i2* – шаг (по умолчанию равен 1); *i3* – конечное значение переменной цикла; *тело цикла* - операторы тела цикла. *i1*, *i2*, *i3* и *тело цикла* могут быть произвольными выражениями. Ключевое слово **thru** указывает, что завершение цикла происходит при достижении переменной цикла значения *i3*

8. Запишите синтаксис оператора цикла «пока» в Maxima.

Примерный ответ.

for i: i1 step i2 while условие do тело цикла

Ключевое слово **while** указывает, что цикл выполняется, пока выполняется *условие*.

9. Запишите синтаксис оператора цикла «до» в Maxima.

Примерный ответ.

for i: i1 step i2 unless условие do тело цикла

Ключевое слово **unless** указывает на то, что цикл выполняется, пока не будет достигнуто *условие*.

Описание технологии проведения. Проводится в виде теста в электронной образовательной среде «Электронный университет ВГУ». Большая часть вопросов проверяется автоматически, проверки преподавателем с ручным оцениванием требуют только вопросы с кратким текстовым ответом или представленные в форме эссе

Критерии и шкалы оценивания:

Для оценивания выполнения заданий используется балльная шкала:

1) закрытые задания (тестовые, средний уровень сложности):

- 1 балл – указан верный ответ;
- 0 баллов – указан неверный ответ, в том числе частично.

2) открытые задания (тестовые, повышенный уровень сложности):

- 5 баллов – задание выполнено верно;
- 2 балла – выполнение задания содержит незначительные ошибки;
- 0 баллов – задание не выполнено или выполнено неверно.